

無補剛角形鋼管柱・H形鋼梁仕口の復元力特性に関する研究
Restoring Force Characteristics of Non-stiffened Beam-to-column Connections
with RHS Columns and Wide Flanges

山成 實*

川上和之**

Minoru YAMANARI and Kazuyuki KAWAKAMI

ABSTRACT This paper describes evaluations of initial stiffness, general yield strength and post-yield stiffness of non-stiffened beam-to-column connections with rectangular hollow sections and wide flanges. These Formulae are deduced by regression analyses using lots of data obtained numerical computations which were carried out by a structural analysis program based finite element theory. Analytical models covers a practical wide range. These simple expressions are handy to introduce ordinal structural or frame analysis programs.

Keywords : 半剛接合, 柱梁接合部, 復元力特性

Semirigid Connections, Beam-to-column Connections, Restoring Force Characteristics

1. 序

地震国と呼ばれるわが国は、1995年1月17日早朝に前古未曾有の巨大地震による神戸市を主とする阪神地区で地震被害を被った。鉄骨建築物の被害もさまざまな様相で見られたが、ラーメン骨組の柱梁接合部の被害では溶接部の破断が多く見受けられたことが印象付けられた。1981年に施行された耐震規準(新耐震設計規準)より唱われた保有耐力接合^[1]を実現するために、柱に角形鋼管を用いる場合、接合部パネル上下面で鋼管を切断しダイヤフラムを挿入した溶接接合するというわが国特有の接合部補強法が主に採用されてきた。海外では特殊な設計施工であると見られるのであるが、果たして溶接の欠陥あるいは溶接施工の不良が原因で接合部のもつ構造的な性能を十分発揮できなかった例^[2]が見られたことに対して、接合部を強く剛にすることのみを目指すのではなく、接合部は柔らかく弱くても塑性化後の十分な粘りが確保できれば接合部設計の新機軸が見出せるものと確信する。著者の一人はこれまでに柱梁接合部接合部の挙動が骨組全体の応答に及ぼす効果を調べてきた^[3]。

本論文では接合部の最も単純な形態である柱に角形鋼管、梁にH形鋼をもつ無補剛溶接仕口(図1)を対象として、鉄骨建築における半剛接合部の設計法確立に寄与すべき接合部の復元力特性を記述する基礎情報を取得することを目的とする。すなわち、ここでは静的単調加力された柱梁仕口の初期剛性、降伏耐力および2次剛性評価を取得することとする。

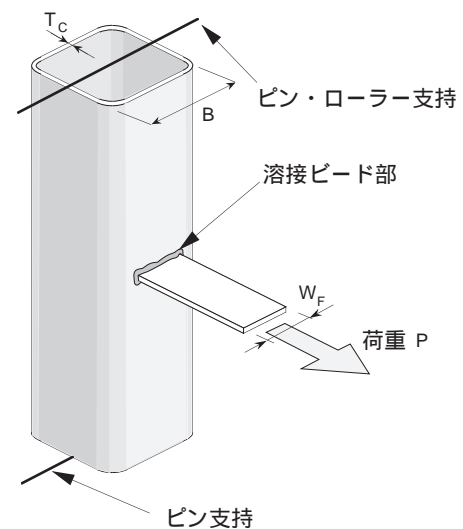


図1 無補剛仕口

* 熊本大学大学院自然科学研究科助手・工博 (〒860 熊本市黒髪2丁目39-1, yamanari@gpo.kumamoto-u)ac.jp

** 熊本大学工学部工学研究科修士課程

2. 無補剛仕口をもつ部分骨組の加力実験

2.1 加力実験の概要

角形鋼管柱をもつ曲げモーメント抵抗骨組の柱梁接合部の補剛形態は地震時に柱や梁部材の断面性能を十分発揮できるように接合部強度や剛性を高めるように工夫されてきた。すなわち、柱梁部材の降伏後もその塑性耐力を上回る余力を確保するために仕口部に補強あるいは補剛が施され、仕口部の剛性を高めることと局部破壊を阻止する研究が主になされてきた^[4]。一方、隣合う梁部材の背の差が僅かで、それぞれのフランジレベルにスチフナを挿入できない場合、無補剛とせざるを得ない詳細について実験したのが、文献 [5] で述べてある。この実験では過大な繰返し変形を受けても無補剛仕口部は早期に破断することなく安定した履歴挙動を示した。

実験は骨組の隅柱に互いに背の異なる H 形鋼梁が接合された部分骨組の地震などの水平力が作用した状態を再現するものである。2 本の直交梁自由端に等しい横力を作用させるとともに、隅柱の変動軸力を考慮して柱軸力を比例加力した。骨組接合部の詳細を図 2 に示す。

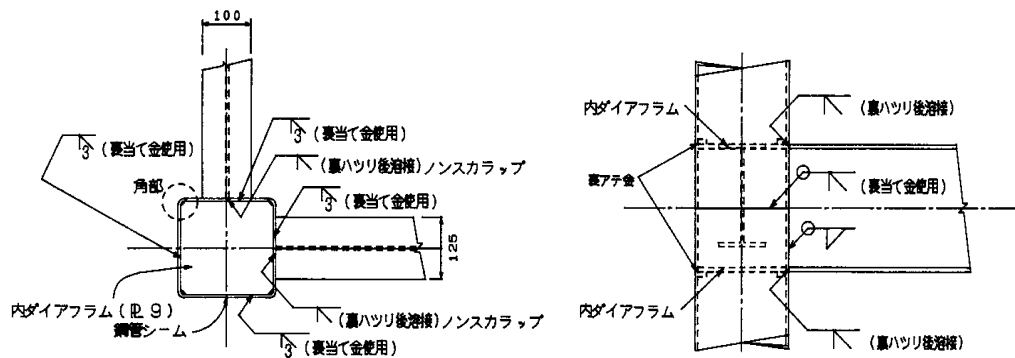


図 2 接合部詳細

2.2 解析モデルおよび解析方法

有限要素解析の実効性を確かめるために上記の実験結果を用いて調べた。解析の対象は、図 3 に示す立体ラーメン骨組の隅柱部分を取り出した部分骨組である。接合部は、2 本の梁の上フランジの高さを揃えた位置と背の高い梁の下フランジ位置で鋼管柱に内ダイアフラムを配し、背の低い梁の下フランジ位置では無補剛とした半剛接合部である。2 つの梁下フランジの高さの差は 50 mm である。この骨組の解析モデルは接合部周辺部を 4 節点の厚肉シェル要素、他を線材で構成

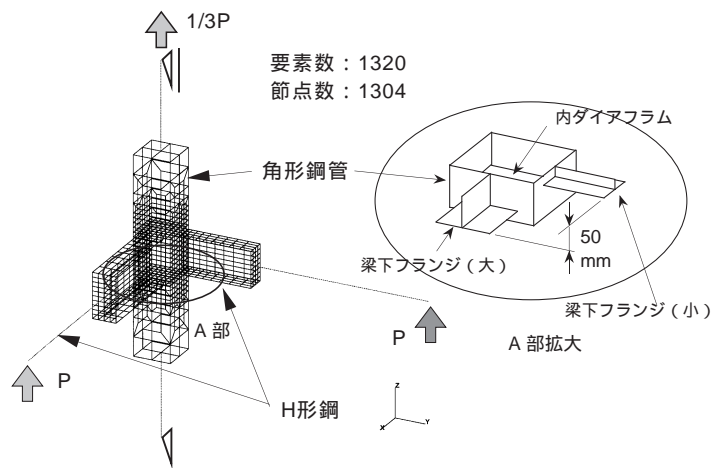


図 3 骨組の有限要素解析モデル

され、両者境界の変形の連続性を保つように接続してある。境界条件および外力は実験と同等である。

解析は有限要素法に基づく汎用構造解析プログラム MARC K5.2^[11]を用いて行った。非線形解析は Full Newton-Raphson 法による収束計算法、大変形および大ひずみ問題を適用した。素材の構成則は von Mises の降伏条件を採用し、流れ則は Prandtl - Reuss の方程式に従うものとした。大歪域まで解析を行うため、真応力および対数歪を用いた。すなわち素材実験から得られた工学的測定データを式 (1) から求めた。式 (1) は塑性歪については非圧縮、弾性歪についてはポアソン比に応じた横歪が生じる仮定から導かれる。

$$\varepsilon_T = \ln(1 + \varepsilon_E) \quad \dots \dots (1)$$

$$\sigma_T = \frac{1}{1 - 2\nu\varepsilon_T} \sigma_E$$

ただし、 σ 、 ε は応力および歪、 ν はポアソン比、添字 E、T はそれぞれ公称値および真値を表す。

応力 - 歪関係は下の曲線を良く近似する多直線に置換した。

2.3 解析結果

図4に実験結果と解析結果を示す。同図の縦軸および横軸は2本の梁自由端力の合計およびたわみの平均値である。実験結果は繰返し加力実験から求めた骨格曲線であり、処女載荷曲線部分ならびに繰返し曲線を繋いでできた部分を解析曲線は良く追跡できていることが分かる。前で述べたモデル化手法により、対象骨組の荷重 - 変形関係を精度良く追跡できることを示した。

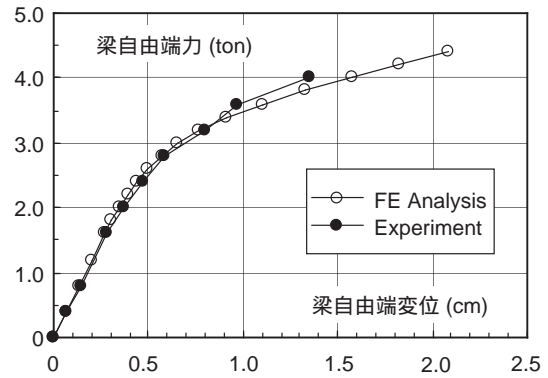


図4 実験結果とFE解析結果

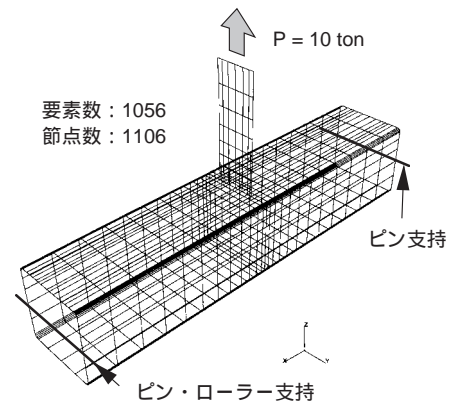


図5 仕口の有限要素モデル

3. 無補剛角形鋼管柱・H形鋼梁仕口の初期剛性

3.1 解析モデルおよび解析法

有限要素モデルの一例を図5に示す。同図に見られるように、1本の角形鋼管の平板部に1枚の鋼板(梁フランジに相当する)を垂直に取付けて、鋼板自由端に引張力を与えたモデルを考える。鋼管の長さが仕口の剛性に影響すると考えられるが、文献[7]に示されるように、鋼管長さをフランジから鋼管径の1/2以上確保すればその影響は変化しなくなることから、その値を上回るよう十分長くし、本論では鋼管径の3倍長の鋼管をフランジの両側に配した。

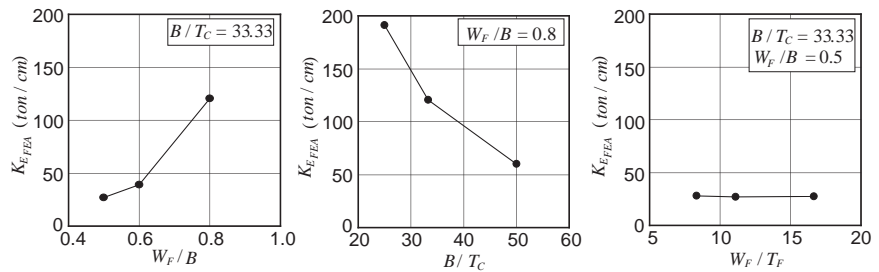


図6 弾性剛性とパラメータの関係

解析モデルはすべて4節点厚肉シェルであり Mindlin^[10]の理論に従う。要素の面外せん断応力および歪の存在は許容するが、面外せん断歪は厚さ方向に一定で、かつ微小として扱う。1つの要素は11層のレイヤーからなる。また鋼管角部の丸みが仕口の剛性に影響すると考えられるので、外径半径を鋼管厚の2倍とした。

3.2 無補剛柱梁仕口の剛性評価法

初期剛性を評価するに際し、これに強く影響する因子として幾つかが挙げられる。これらは幾何学的量であり、フランジ幅鋼管径比 (W_F/B)、鋼管の径厚比 (B/T_C) および梁フランジ幅厚比 (W_F/T_F) である。これらは文献

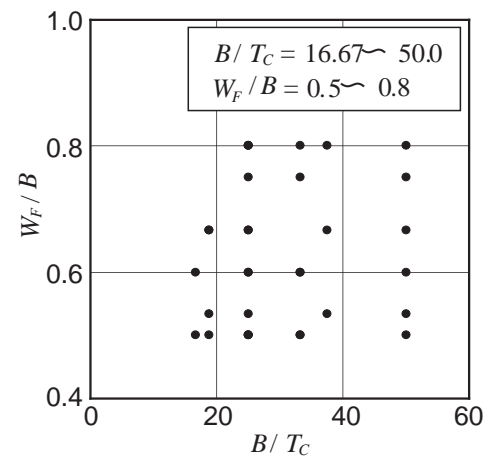


図7 散布図

表 1 初期剛性の推定結果

Model	B (cm)	T _C (cm)	W _F (cm)	B / T _C	W _F / B	K _{E_{FEA}} (ton/cm)	K _{E_{EST}} (ton/cm)	K _{E_{FEA}} / K _{E_{EST}}
w1-1a	15.0	0.6	7.5	25.00	0.50	46.89	62.20	0.754
w1-1b			10.0	25.00	0.67	89.63	142.23	0.630
w1-1c			12.0	25.00	0.80	190.99	240.24	0.795
w1-2a	15.0	0.8	7.5	18.75	0.50	100.99	114.26	0.884
w1-2b			10.0	18.75	0.67	183.33	261.27	0.702
w2-1a	20.0	0.6	10.0	33.33	0.50	26.94	33.86	0.796
w2-1b			12.0	33.33	0.60	38.91	57.19	0.680
w2-1c		16.0	33.33	0.80	120.51	130.78	0.921	
w2-2a		0.8	10.0	25.00	0.50	59.56	62.20	0.958
w2-2b			12.0	25.00	0.60	83.70	105.06	0.797
w2-2c		16.0	25.00	0.80	228.48	240.24	0.951	
w2-3a	20.0	1.2	10.0	16.67	0.50	121.48	146.56	0.829
w2-3b			12.0	16.67	0.60	234.64	247.55	0.948
w3-1a	30.0	0.6	16.0	50.00	0.53	13.80	17.30	0.798
w3-1b			20.0	50.00	0.67	24.97	32.86	0.760
w3-1c		24.0	50.00	0.80	59.85	55.50	1.078	
w3-2a		0.8	16.0	37.50	0.53	31.69	31.78	0.997
w3-2b			20.0	37.50	0.67	54.24	60.36	0.899
w3-2c		24.0	37.50	0.80	118.79	101.96	1.165	
w3-3a	1.2	16.0	25.00	0.53	91.95	74.88	1.228	
w3-3b		20.0	25.00	0.67	149.39	142.23	1.050	
w3-3c		24.0	25.00	0.80	292.74	240.24	1.219	
w3-4a	1.6	16.0	18.75	0.53	194.08	137.55	1.411	
w3-4b		20.0	18.75	0.67	298.99	261.27	1.144	
w4-1a	40.0	0.8	20.0	50.00	0.50	15.93	14.37	1.108
w4-1b			24.0	50.00	0.60	23.46	24.27	0.966
w4-1c		30.0	50.00	0.75	52.21	46.10	1.132	
w4-2a		1.2	20.0	33.33	0.50	49.00	33.86	1.447
w4-2b			24.0	33.33	0.60	69.95	57.19	1.223
w4-2c		30.0	33.33	0.75	141.87	108.63	1.306	
w4-3a	1.6	20.0	25.00	0.50	105.28	62.20	1.693	
w4-3b		24.0	25.00	0.60	136.79	105.06	1.302	
w4-3c	30.0	25.00	0.75	272.13	199.55	1.364		

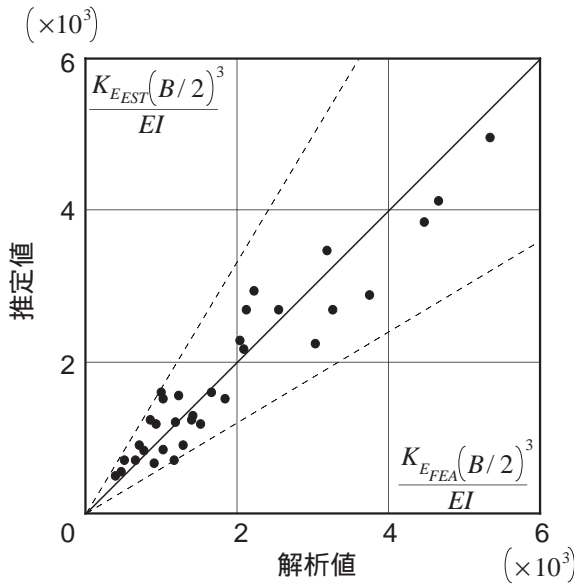


図 8 弾性剛性に関する解析値と推定値

[8]でも紹介されており、仕口の初期剛性に影響しそうな代表例である。一方、文献[9]では増厚鋼管壁をもつ無補剛柱梁仕口の剛性評価を非線形式で得ているが、誘導された式には鋼管の径厚比が含まれていない。

上記の考えられるパラメータについて初期剛性の変化を調べた結果を図6に示す。同図に見られるように、仕口の初期剛性に有意に影響するパラメータは、候補者の中からフランジ幅鋼管径比 (W_F / B) および鋼管の径厚比 (B / T_C) である。

3.3 初期剛性評価

以下に上の2つのパラメータ値を変化させて、解析プログラムによる数値実験を行い、無補剛仕口の初期剛性評価式を誘導する。

数値実験に用いたサンプルは図7に示される計33個の解析モデルを作成した。これらの詳細を表1にまとめた。同図ではパラメータの値が重複したものも含んでいる。同図のように採用したパラメータは互いに独立となるよう、かつ実用の範囲をカバーできるように変化させた。

3.4 数式モデル

2つのパラメータを用いて仕口の剛性を表現する。数式モデルの誘導は文献[8]の方法に準じた。すなわちパラメータの対数を取り、それらによって仕口の剛性が線形式で表せるとした。

3.5 初期剛性評価式

表1に示す33個の数値実験で得られた剛性 ($K_{E_{FEA}}$) とそれらのパラメータを用いて重回帰解析を行った結果、推定式(2)が得られる。図8に推定結果を示す。

パラメータが無次元表現であるため、剛性も鋼管平板の曲げ剛性で無次元化してある。

$$\frac{K_{E_{EST}}(B/2)^3}{EI} = 293.83 \left(\frac{B}{T_C}\right)^{0.8862} \left(\frac{W_F}{B}\right)^{2.875} \dots \dots (2)$$

ただし、 $E = 2100 \text{ ton/cm}^2$, $I = T_C^3 / 12$ である。

誘導した式(2)の解析値 / 推定値の変動係数は0.251であった。同式より鋼管の径厚比も少なから

ず仕口の剛性に寄与することが分かる。

簡単な解析モデルを作成し、無補剛角形鋼管柱仕口の剛性評価式を数値実験により誘導した。以上のように、数少ないパラメータを用いて単純かつ比較的精度良い無補剛角形鋼管柱仕口の剛性評価式が得られた。

4．無補剛角形鋼管柱・H形鋼梁仕口の降伏耐力

4.1 降伏耐力

ここでは無補剛角形鋼管柱・H形鋼梁仕口の降伏耐力評価式を有限要素解析による数値実験から誘導する。柱梁接合部は部材が集まり幾何学的にも複雑であり、材料特性の複雑さから降伏耐力を解析学的に得ることは不可能である。柱梁接合部の耐力 - 変形挙動には明瞭な降伏点は特定できるものではないが、接合部設計において重要な情報であると共に、耐力 - 変形関係を多直線近似する場合でも不可欠のものである。

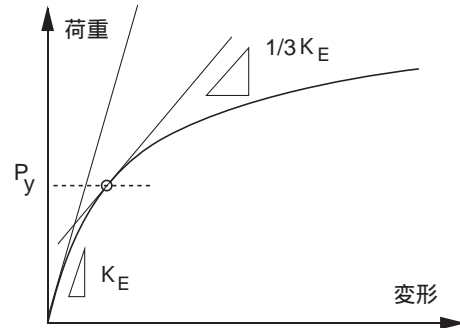


図9 降伏耐力の定義

4.2 解析

鋼管と梁フランジとの溶接部は文献 [8] 示されるように溶接ビード部を等価断面積置換してシェル要素として扱った。解析は梁フランジ端に強制変位を与える変位増分解析である。非線形現象を現実的に追跡するために、

素材の応力 - 歪関係は、鋼管については -200x200x8 (STKR490) 短柱圧縮荷試験結果、梁フランジについては素材の引張試験結果を真応力 - 真歪に変換した後に多直線置換したものを用了。

4.3 降伏耐力評価式

耐力 - 変形関係から求める降伏耐力は図9で定義される三分の一剛性耐力を採用した。数値実験に用いたモデルは表2に示す14個のモデルである。これらは仕口の降伏耐力に影響をおよぼすと考えられるパラメータとして鋼管の径厚比 (B/T_C)、梁フランジ幅鋼管径比 (W_F/B) およびフランジ幅厚比 (W_F/T_F) を変化させた予備解析を行った。図10に各パラメータが仕口の降伏耐力に及ぼす効果を示したものである。これらのモデルは図11に示す散布図に見られるように2つのパラメータは無相関となることとそれぞれのパラメータが実用の範囲をカバーできるように用意された。

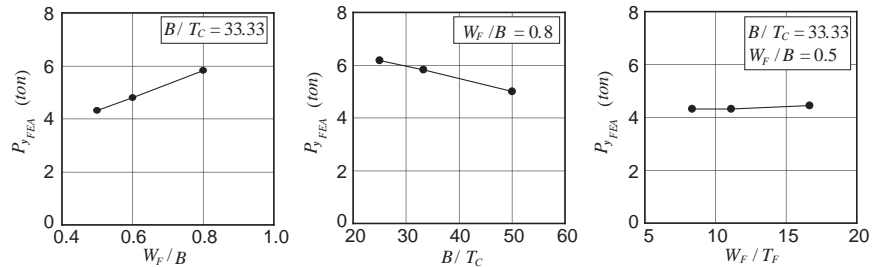


図10 降伏耐力とパラメータの関係

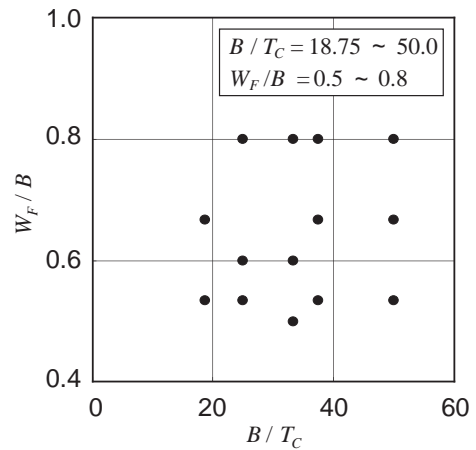


図11 パラメータの散布図

これらのモデルの有限要素解析結果から求められる降伏耐力を重回帰分析すると式 (3) が得られる。

$$\frac{P_y}{B^2 \sigma_y} = 10.705 \left(\frac{T_C}{B} \right)^{2.163} \left(\frac{W_F}{B} \right)^{0.874} \dots \dots \dots (3)$$

ただし、 σ_y は鋼管平板部の降伏点である。

解析値と推定値の比の変動係数は0.136であり良好な推定ができています。図12に推定結果を示す。図中の破線は推定の95%信頼限界である。また、表2に解析結果と推定値の比較をモデル毎に記した。

さらに仕口の弾性剛性の推定値と今回の解析結果から得られた弾性剛性との比較を行った結果を表2に示す。剛性評価も精度良くできていることがこの表から分かる。

以上から 実用の寸法範囲を包む無次元パラメータを変化させた有限要素解析結果を基に精度良い無補剛仕口の降伏耐力が得られた。

今回用いられた解析モデルは角形鋼管に梁フランジ1枚が取付けられた単純化されたものであるが、ここで得られた評価式を基に現実的な梁材が接合される仕口に対する評価式は今後容易に誘導できる。

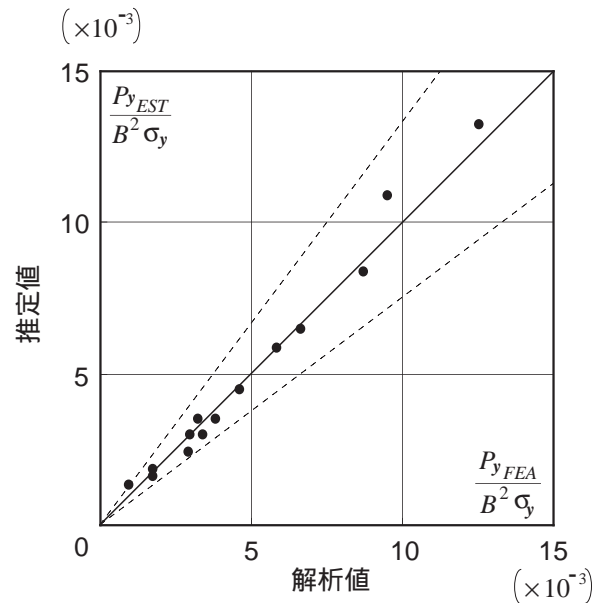


図12 降伏耐力に関する解析値と推定値

表2 耐力の推定結果

Model	B (cm)	T _C (cm)	W _F (cm)	B/T _C	W _F /B	K _{E FEA} (ton/cm)	K _{E EST} (ton/cm)	K _{E FEA} /K _{E EST}	P _{y FEA} (ton)	P _{y EST} (ton)	P _{y FEA} /P _{y EST}	
w1-1c	15.0	0.6	12.0	25.00	0.80	216.255	240.238	0.900	6.181	5.907	1.046	
w1-2b		0.8	10.0	18.75	0.67	201.540	261.271	0.771	8.881	9.384	0.946	
w2-1a	20.0	0.6	10.0	33.33	0.50	27.831	33.861	0.822	4.321	3.738	1.156	
w2-1b			12.0	33.33	0.60	40.974	57.194	0.716	4.797	4.383	1.094	
w2-1c			16.0	33.33	0.80	133.078	130.782	1.018	5.821	5.636	1.033	
w2-2b			0.8	12.0	25.00	0.60	89.294	105.061	0.850	8.349	8.167	1.022
w3-1a			16.0	50.00	0.53	14.203	17.301	0.821	2.703	3.702	0.730	
w3-1b	30.0	0.6	20.0	50.00	0.67	25.956	32.861	0.790	5.000	4.499	1.111	
w3-1c			24.0	50.00	0.80	63.893	55.504	1.151	5.012	5.276	0.950	
w3-2a			16.0	37.50	0.53	32.586	31.780	1.025	8.303	6.897	1.204	
w3-2b	0.8	20.0	37.50	0.67	56.902	60.364	0.943	8.393	8.382	1.001		
w3-2c		24.0	37.50	0.80	128.480	101.958	1.260	9.250	9.830	0.941		
w3-3a		1.2	16.0	25.00	0.53	96.138	74.882	1.284	16.513	16.577	0.996	
w3-4a	1.6	16.0	18.75	0.53	203.549	137.555	1.480	27.040	30.886	0.875		

5. 無補剛角形鋼管柱・H形鋼梁仕口の2次剛性

5.1 2次剛性の定義

無補剛柱梁仕口の耐力 - 変形関係は滑らかな曲線を描くことが実験および有限要素解析からも得られることは周知である。著者等は、この曲線ができる限り単純な表現手段としての bi-linear 置換を試みる。bi-linear 型の復元力モデルで必要とされる情報は、初期剛性、降伏耐力および2次剛性である。ここでは後述の回帰分析のために2次剛性の決定法を定義する。

図13中の破線は柱梁仕口の実験あるいは解析曲線である。仕口の2次剛性を決定するためのある

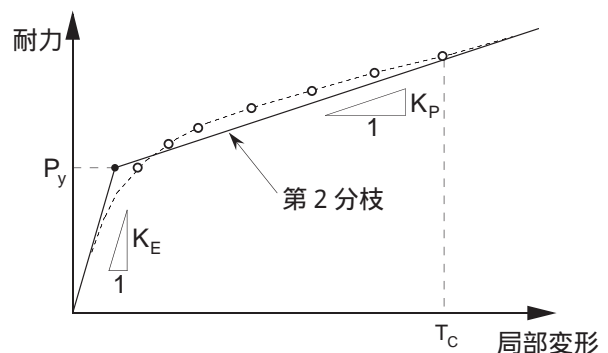


図13 2次剛性の定義

部分の曲線を 2 次剛性決定に供する必要がある。著者等は既に角形鋼管柱外ダイアフラム接合部の耐力 - 変形関係を bi-linear 置換に成功しており^[8]、ここでも同様の手法で 2 次剛性を取得する。すなわち、実験曲線あるいは解析曲線上で、降伏耐力を超える部分で、変形が鋼管厚 (T_C) を以下の範囲に収まる部分曲線を用いて降伏点を通る最小二乗近似して得られる直線の勾配を 2 次剛性とする。

一方、秋山等^[6]は耐力 - 変形関係を bi-linear 置換する場合、2 直線が胸線を曲線を外接するような評価式を実験結果に基づいて求めている。本論はそれとは異なり、実曲線と置換曲線 (2 直線) との誤差を僅少にするよう置換していることを注意しておきたい。そこで両者の直接比較は余り意味がない。

5.2 接合部の 2 次剛性評価

2 次剛性を評価する上で主要な因子を取得する必要がある。図 12 は今まで述べてきた考えられる 3 個のパラメータについて 2 次剛性への影響を調べたものである。以下に 2 つのパラメータを変化させて、解析プログラムによる数値実験を行い、無補剛仕口の 2 次剛性評価式を誘導する。

数値実験に用いたサンプルは表 1 に示される計 14 個の解析モデルを作成した。これらは前報告^[1]と同一モデルである。

$$\frac{K_{P\text{EST}}(B/2)^3}{EI} = 4.586 \left(\frac{B}{T_C} \right)^{1.407} \left(\frac{W_F}{B} \right)^{1.745} \dots (4)$$

ただし、 E, I はそれぞれ鋼材のヤング係数 ($= 2100 \text{ ton/cm}^2$)、鋼管平板部の単位幅の断面 2 次モーメント ($= T_C^3 / 12$) である。

解析値と推定値の比の変動係数は 0.225 である。推定結果を図 2 に示す。図中の破線は推定の 95% 信頼限界である。

6. 結論

無補剛の角形鋼管柱・H 形鋼梁溶接仕口部の復元力特性を記述する 3 つの情報について研究した結果を以下にまとめる。

- (1) 有限要素法に基づく汎用構造解析プログラムにより実験結果を精度良く追跡できる手法を示した。
- (2) この手法に基づいて無補剛角形鋼管柱・

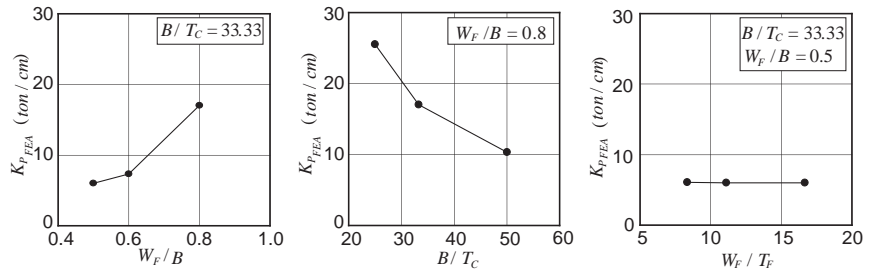


図 14 2 次剛性とパラメータの関係

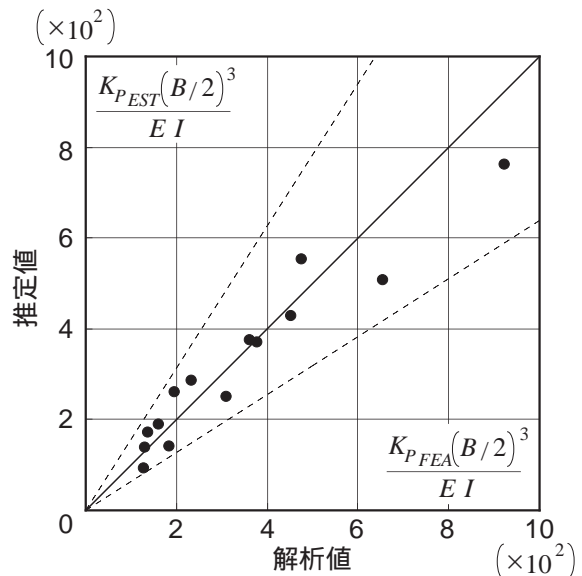


図 15 2 次剛性に関する解析値と推定値

表 3 2 次剛性の推定結果

Model	B (cm)	T _C (cm)	W _F (cm)	B / T _C	W _F / B	K _{PFEA} (ton/cm)	K _{PEST} (ton/cm)	$\frac{K_{PFEA}}{K_{PEST}}$
w1-1c	15.0	0.6	12.0	25.00	0.80	20.568	25.758	0.799
w1-2b		0.8	10.0	18.75	0.67	27.168	29.633	0.917
w2-1a	20.0	10.0	33.33	0.50	6.019	7.173	8.839	0.839
w2-1b		0.6	12.0	33.33	0.60	7.307	9.860	0.741
w2-1c		16.0	33.33	0.80	16.994	16.289	1.043	
w2-2b		0.8	12.0	25.00	0.60	12.049	15.592	0.773
w3-1a	30.0	16.0	50.00	0.53	4.009	4.208	0.953	
w3-1b		0.6	20.0	50.00	0.67	5.304	6.212	0.854
w3-1c		24.0	50.00	0.80	10.300	8.538	1.206	
w3-2a		0.8	16.0	37.50	0.53	8.193	6.655	1.231
w3-2b		20.0	37.50	0.67	9.926	9.823	1.011	
w3-2c		24.0	37.50	0.80	17.313	13.502	1.282	
w3-3a		1.2	16.0	25.00	0.53	16.206	12.695	1.277
w3-4a		1.6	16.0	18.75	0.53	26.788	20.075	1.334

H形鋼梁仕口の実用の範囲をカバーする範囲で数値実験を行った。その結果、良い近似を与える初期剛性、降伏耐力および2次剛性評価式を得ることができた。

今後、これを基礎に置いたより現実的なモデルをこれまでの手法で復元力モデルの精度良い推定ができることが期待される。

参考文献

- [1]日本建築学会：鋼構造接合部の力学性状に関する研究の現状，1993年10月
- [2]日本建築学会近畿支部鉄骨構造部会：1995年兵庫県南部地震鉄骨造建物被害調査報告書，1995年5月
- [3]山成實：柱梁接合部の弾塑性性状が鋼骨組の応答に及ぼす効果に関する研究，1994年1月
- [4]例えば、田淵基嗣，金谷弘，上場輝康：角形鋼管柱・H形はり接合部の局部破壊 - 角形鋼管柱溶接接合部の実験的研究1 - ，日本建築学会構造系論文報告集，第349号，pp. 71 ~ 79，1985年3月
- [5]山成實，小川厚治，黒羽啓明：半剛接合された角形鋼管柱・H形鋼梁骨組の弾塑性挙動：構造工学論文集，Vol. 40B，pp. 703 ~ 710
- [6]秋山宏，呉相勲，大竹章夫，福田浩司，山田哲：無補強角形鋼管柱・梁接合部のモーメント - 回転角関係の一般化，日本建築学会構造系論文報告集，第484号，pp. 131 ~ 140，1996年6月
- [7]海原広幸，山成實，小川厚治，黒羽啓明，渡辺純仁：角形鋼管柱接合部の局部変形挙動に関する実験（単純化試験体の圧縮および引張実験），日本建築学会大会学術講演梗概集，pp. 1617 ~ 1618，1990年10月
- [8]山成實，小川厚治，黒羽啓明，海原広幸：外ダイアフラム接合部の有限要素解析による剛性評価式（半剛接鋼骨組柱梁仕口の復元力特性に関する研究），構造工学論文集，Vol. 38B，pp. 475 ~ 484，1992年3月
- [9]村上行夫，山本昇，森田耕次：増厚補強型柱・梁接合部を用いた半剛接架構設計法に関する研究，鋼構造論文集，第1巻4号，pp. 53 ~ 64，1994年12月
- [10] T. J. R. Huges and T. E. Tezduyar: Finite Elements Based Upon Mindlin Plate Theory With Particular Reference to The Four-Node Bilinear Isoparametric Element, Jr. of Applied Mechanics, Vol. 48, pp. 587 ~ 596, 1981年9月
- [11]日本マーク：User Information Vol. A - D, 1994年1月

謝辞

本研究の一部は財団法人実吉奨学会（平成7年度）ならびに建築鋼構造研究奨励（財団法人鋼材倶楽部・平成8年度）の助成で行われた。深甚なる謝意を表します。